INTERVALOVÉ ODHADY POLOHY A ROZPTÝLENÍ

Statistický soubor je charakterizován mírami (parametry) polohy, mírami rozptýlení a také mírami šikmosti (nesouměrnosti) a špičatosti (protažení). Odhady míry polohy a rozptýlení z výběru náhodné veličiny velikosti n > 2, daný jediným číslem, nazýváme bodovým odhadem.

INTERVALOVÝ ODHAD MÍRY POLOHY

Chceme-li vedle správnosti odhadu parametru polohy vyjádřit i přesnost tohoto odhadu, užijeme intervalový odhad. Parametr pak odhadujeme nikoli jednou hodnotou, nýbrž dvěma číselnými hodnotami L_1 a L_2, které tvoří meze intervalu spolehlivosti. To je takový interval, který pokrývá neznámý parametr μ souboru s předem zvolenou a dostatečně velkou pravděpodobností 1-α, kterou nazýváme koeficientem spolehlivosti $P(L_1 \leq \mu \leq L_2) = 1-\alpha$, kde α je hladina významnosti. Zjištění intervalu spolehlivosti závisí na znalosti směrodatné odchylky σ.

95% IS: $\bar{x}$ **- 1,96(σ/√n) < μ <** $\bar{x}$ **+ 1,96(σ/√n)**

99,7% IS: $\bar{x}$ **± 2,97(σ/√n)**

99% IS: $\bar{x}$ **± 2,58(σ/√n)**

1. Známe σ, nebo je-li odhad s určen z výběru o n > 30

Ve vztahu je z(1-α/2) je kvantil normovaného normálního rozdělení, nejčastěji se užívá α = 0,05.

$$L_{1,2} = \bar{x} \pm \sigma \frac{z_{(1-\alpha/2)}}{\sqrt{n}}$$

2. Není-li znám parametr σ, vypočte se jeho odhad s, pro n < 30.

Ve vztahu pro IS se použije Studentovo t rozdělení, kde $t_{(1-\alpha/2,\ n-1)}$ je kvantil Studentova t-rozdělení s n-1 stupni volnosti

$$L_{1,2} = \bar{x} \pm s \frac{t_{(1-\alpha/2, n-1)}}{\sqrt{n}}$$

3. Analýza malých výběrů Hornovým postupem, n = 4-20

a) Pořádkové statistiky (setřídit data podle velikosti),

b) Vyčíslení hloubky pivotu:

$$H = \mathrm{int}\,\frac{(n+1)/2}{2} \quad \textit{pro n liché}; \qquad H = \mathrm{int}\,\frac{\frac{n+1}{2}+1}{2} \quad \textit{pro n sudé}$$

c) Určení dolního pivotu $x_{Dol} = x_{(H)}$ a horního pivotu $x_{Hor} = x_{(n+1-H)}$

d) Parametr polohy = <u>pivotová polosuma</u> P_L:

$$P_L = \frac{x_{Dol} + x_{Hor}}{2}$$

e) Parametr rozptýlení = <u>pivotové rozpětí</u> $R_L = x_{Hor} - x_{Dol}$

f) Výpočet IS, *pro oboustranný 95 %*:

$$\mathbf{L_{1,2} = P_L \pm R_L \cdot T_{Horn(0,975;n)}}$$

Tabulka kritických hodnot T_{Horn} pro Hornův postup:

1 - α n	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
4	0.477	0.555	0.738	1.040	1.331
5	0.869	1.370	2.094	3.715	5.805
6	0.531	0.759	1.035	1.505	1.968
7	0.451	0.550	0.720	0.978	1.211
8	0.393	0.469	0.564	0.741	0.890
9	0.484	0.688	0.915	1.265	1.575
10	0.400	0.523	0.668	0.878	1.051
11	0.363	0.452	0.545	0.714	0.859
12	0.344	0.423	0.483	0.593	0.697
13	0.389	0.497	0.608	0.792	0.945
14	0.348	0.437	0.525	0.661	0.776
15	0.318	0.399	0.466	0.586	0.685
16	0.299	0.374	0.435	0.507	0.591
17	0.331	0.421	0.502	0.637	0.774
18	0.300	0.380	0.451	0.555	0.650
19	0.288	0.361	0.423	0.502	0.575
20	0.266	0.337	0.397	0.464	0.519

Pro rozsah souboru n = 2-3 lze pro výpočet IS použít starší postup podle Deana a Dixona, ve kterém R je rozpětí a K_n je tabelovaný koeficient v následující tabulce. V současnosti je nahrazen Hornovým postupem a pro n ≥ 4 jej nebudeme používat.

$$\mathbf{L_{1,2} = \bar{x} \pm K_n R}$$

Koeficient K_n:

n	α = 0,05	α = 0,01
2	6,40	31,80
3	1,30	3,01

Intervaly spolehlivosti jsou jednak oboustranné <L_1,L_2>, kdy se používá kvantil (1-α/2), jednak jednostranné <L_1, $\bar{x}$) nebo ($\bar{x}$, L_2>, kdy kvantil používáme pro (1-α)!!!

Interval spolehlivosti mediánu – existuje více metod výpočtu:

$$L_{1,2} = \tilde{x}_{0,5} \pm s_{\tilde{x}} t_{(1-\alpha/2,\, n-1)} \qquad kde \quad s_{\tilde{x}} = \frac{x_{(n-k+1)} - x_k}{2 \cdot z_{\alpha/2}} \quad a \quad k = \frac{n+1}{2} - (z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{n}{4}})$$

$z_{\alpha/2}$ je kvantil normovaného normálního rozdělení

INTERVALOVÝ ODHAD ROZPTYLU

Meze oboustranného IS rozptylu σ^2 jsou dány pro dolní mez L_1 a pro horní mez L_2, kde jmenovatelé vztahů jsou kritické hodnoty rozdělení χ^2 (chí kvadrát).

$$L_1 = \frac{s^2 \cdot (n-1)}{\chi^2(\alpha/2, n-1)} \qquad L_2 = \frac{s^2 \cdot (n-1)}{\chi^2(1-\alpha/2, n-1)}$$