NEPARAMETRICKÉ TESTY

Výhodou neparametrických testů je jejich použitelnost bez ohledu na typ rozdělení, z něhož výběr pochází. K testování se nepoužívají parametry výběru (např.: aritmetický průměr či výběrový odhad směrodatné odchylky). Jejich nevýhodou je však menší citlivost, tj. menší schopnost odkrýt na dané hladině významnosti nesprávnost testované hypotézy.

Z rozsáhlé skupiny neparametrických testu jsou zde uvedeny pouze testy pořadové – provádíme setřídění hodnot podle velikosti do jedné řady. Použití neparametrických testů je obvykle přínosné ve vědách sociologických, psychologických či ekonomických. V chemii a dalších přírodních oborech bychom se jejich použití měli spíše vyvarovat nebo je používat po důkladném zvážení všech dalších možností.

JEDNOVÝBĚROVÝ WILCOXONŮV TEST

Jde o neparametrickou obdobu testu správnosti - H_0: $\mu = \tilde{x}_{0,5}$, H_1: $\mu \neq \tilde{x}_{0,5}$. Od prvků výběru se odečte správná hodnota a absolutní hodnoty rozdílů seřadíme do neklesající posloupnosti. Každé hodnotě přiřadíme pořadové číslo (pořadí). Vytvoříme sumu pořadí nezáporných prvků S^+ a sumu pořadí záporných prvků S^-. Při shodě pořadí se použije průměrné pořadí. Je-li menší číslo z dvojice S^+ a S^- menší nebo rovno tabelované hodnotě w(n, 0,05) nulová hypotéza o správnosti se zamítá. (Opačný postup zamítání nulové hypotézy než u parametrických testů!)

WILCOXONŮV PÁROVÝ TEST

Podobný postup se používá i pro párová data, která se vlastně převedou na soubor dat shodný s typem pro jednovýběrový test. Ze dvou výběrů párových dat se pro výpočet používají jejich diference, které již jsou jedním výběrem. Diference párových hodnot d_i se v absolutní hodnotě seřadí do neklesající posloupnosti a přiřadí se jim pořadí, přičemž případy kdy $d_i = 0$ se vynechávají. Další postup je totožný jako u jednovýběrového testu.

Tyto dva testy jsou použitelné, pokud je počet prvků n větší nebo roven šesti.

DVOUVÝBĚROVÝ WILCOXONŮV TEST

Jedná se o neparametrickou obdobu testu shodnosti středních hodnot dvou souborů - H_0: $\mu_1 = \mu_2$, H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$. Označme jeden výběr X_1 a druhý X_2, jejich rozsahy N_1 a N_2. Všechny prvky z obou výběrů (sdružený výběr) uspořádáme do neklesající posloupnosti a zjistíme součet pořadí výběru X_1, který označíme T_1, obdobně pak určíme T_2. Dále vypočteme statistiky U_1 a U_2:

$$U_1 = T_1 - \frac{N_1(N_1+1)}{2} \qquad U_2 = T_2 - \frac{N_2(N_2+1)}{2}$$

Je-li menší číslo z dvojice U_1 a U_2 menší nebo rovno tabelované hodnotě $w(N_1, N_2; 0{,}05)$ nulová hypotéza o správnosti se zamítá.

PŘÍKLADY:

1. Objemy spotřeby titračního činidla při titraci 10 ml přibližně 0,01 mol/l HCl na titrátoru RTS 622 jsou v ml: 1,10; 1,08; 1,09; 1,08; 1;10; 1,08; 1,10; 1,09; 1,11; 1,08. Správná hodnota byla určena na 1,09 ml. Zjistěte, zda titrátor pracuje správně.
2. Bylo vybráno 10 polí stejné kvality. Na 4 polích byl aplikován nový růstový stimulátor, ostatní byla ponechána bez aplikace. Poté byla oseta pšenicí a sledoval se hektarová výnos. Na polích s aplikací stimulátoru byly získány hektarové výnosy 51, 67, 56, 63 a na polích bez aplikace 45, 54, 48, 44, 53, 50 q/ha. Zjistěte, zda aplikace stimulátoru zvýší výnosy.
3. Paralelními analýzami vzorku Cu v osmi slitinách byla získána data nové metody a standardní metody podle normy. Testujte, zda obě metody určují vždy stejný obsah. Použijte parametrický i neparametrický test. Data: 11,68 11,23; 23,91 23,77; 32,27 33,04; 38,29 38,43; 47,04 46,79; 51,34 50,96; 68,23 67,85; 79,24 78,55.
4. Ve 3 vzorcích ropy byl metodou AAS stanovován obsah Ni s následujícími výsledky. Pomocí Kruskal-Wallisova testu rozhodněte, zda se obsah Ni ve vzorcích významně liší.

Vzorek			Ni	(ppm)		
1	14,2	16,8	19,1	15,5	16,0	15,9
2	14,5	20,0	18,0	15,4	16,1	17,7
3	18,3	20,1	17,7	17,9	19,3	16,9

TABULKY

Kritické hodnoty w(n, 0,05) pro jednovýběrový a párový Wilcoxonův test

n	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
w(n)	0	2	3	5	8	10	13	17	21	25	29	34	40	46	52

Kritické hodnoty $w(N_1, N_2; 0{,}05)$ pro dvouvýběrový Wilcoxonův test

N_1	N_2	w	N_1	N_2	w
3	3	-	5	6	3
3	4	-	5	7	5
3	5	0	5	8	6
3	6	1	5	9	7
3	7	1	6	6	5
3	8	2	6	7	6
3	9	2	6	8	8
4	4	0	6	9	10
4	5	1	7	7	8
4	6	2	7	8	10
4	7	3	7	9	12
4	8	4	8	8	13
4	9	4	8	9	15
5	5	2	9	9	17

TEST CHÍ - KVADRÁT (TEST DOBRÉ SHODY)

- Neparametrický test pro testování (po)četnosti výskytu. Testujeme hodnoty četnosti a ne spojité proměnné, nemůžeme tedy použít t-testy!
- Jedná se o testy tvaru rozdělení, např. že základní soubor má rovnoměrné rozdělení *(př.: vznik zmetků ve výrobě je rovnoměrně rozložen po celé směně)*.
- **PRINCIP:**

- specifikujeme H_0 a H_1:

H_0: veličina má dané rozdělení (obvykle rovnoměrné)

H_1: veličina nemá dané rozdělení

- vypočteme teoretickou početnost podle H_0,
- zjistíme skutečné početnosti v jednotlivých skupinách,
- porovnáme skutečné a teoretické početnosti a rozdíly mezi nimi použijeme pro výpočet hodnoty χ^2_{exp} testovací statistiky,
- porovnáme χ^2_{exp} s tabulkovým kvantilem χ^2 rozdělení $\chi^2_{krit}(n-1;\ 0{,}95)$, kde n je počet skupin; je-li $\chi^2_{exp} < \chi^2_{krit}$ přijímáme H_0.

$$\boxed{\chi^2_{\mathrm{exp}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E)^2}{E}}$$

kde O_i – skutečná početnost v příslušné skupině

$E = N/n$ – teoretická početnost, kde N je celková početnost.

Příklad 1: 4 pracovníci v laboratoři rozbili následující počet laboratorního skla za určité období 24, 17, 11, 9 kusů.

1. Lze rozdíl v počtu rozbitého skla mezi pracovníky považovat za významný?
2. Liší se v počtu rozbitého skla první pracovník od ostatních?

1. n = 4, N = 61 E = 61/4 = 15,25

$O_1 - E = 8{,}75$ $O_2 - E = 1{,}75$

$O_3 - E = -4{,}25$ $O_4 - E = -6{,}25$

$$\chi^2_{\mathrm{exp}} = \frac{8{,}75^2 + 1{,}75^2 + (-4{,}25)^2 + (-6{,}25)^2}{15{,}25} = \frac{136{,}25}{15{,}25} = 8{,}934$$

$\chi^2_{krit}(3;\ 0{,}95) = 7{,}81$ $\chi^2_{exp} > \chi^2_{krit}$ přijímáme H_1

---

2. n=2 $E_1 = 15{,}25$ pro 1. pracovníka

$E_2 = 3\text{x}15{,}25 = 45{,}75$ pro zbývající

$O_1 = 24$ $O_2 = 17 + 11 + 9 = 37$

!!! V případě pouze 2 skupin se zavádí *Yatesova korekce*. !!!

$$\boxed{|O_i - E_i| - 0{,}5}$$

$/O_1 - E_1/ - 0{,}5 = 8{,}25$ $8{,}25^2 / 15{,}25 = 4{,}46$

$/O_2 - E_2/ - 0{,}5 = 8{,}25$ $8{,}25^2 / 45{,}75 = 1{,}49$

$\chi^2_{exp} = 4{,}46 + 1{,}49 = 5{,}95$ $\chi^2_{krit}(1; 0{,}95) = 3{,}84$

$\chi^2_{exp} > \chi^2_{krit}$ přijímáme H_1

Příklad 2: Na hladině významnosti $\alpha = 5$ % testujte hypotézu, že okamžiky vzniku zmetků při výrově jsou rovnoměrně rozděleny v průběhu osmihodinové směny.

Hodina	1	2	3	4	5	6	7	8
Četnost zmetků	10	15	20	10	8	7	5	5